AULA 2 - Conjuntos, subconjuntos e diagramas de Venn

Susan Schommer

Introdução à Estatística Econômica - IE/UFRJ

Teoria dos conjuntos

- A linguagem adotada para o desenvolvimento da teoria da probabilidade é a da teoria dos conjuntos.

Definition (Conjunto)

Um conjunto é uma coleção de objetos, os quais são chamados de elementos do conjunto.

- Conjuntos (normalmente representado por letras maísculas ex A, B,...) podem ser especificados (representados) de diferentes maneiras.
  - Podemos anotar os elementos de A. Ex: $A = \{1, 2, 3, 4\}$ indica o conjunto que contém os inteiros positivos 1, 2, 3 e 4.
  - Podemos descrever com palavras. Ex: A é formado por todos os números reais entre 0 e 1, inclusive.
  - Representar o conjunto acima como $A = \{x | \, 0 \leq x \leq 1\}$

Teoria dos conjuntos

- Se A é um conjunto e x um elemento de A, escreve-se $x \in A$. Se x não é elemento de A, escreve-se $x \notin A$
- O conjunto vazio, denotado por $\emptyset$ não possui nenhum elemento.
- Se cada elemento de A é também elemento de B, diz-se que A é um subconjunto de B. Notação: $A \subset B$ ou $B \supset A$
- Se $A \subset B$ e $B \subset A$, então A e B são iguais e escreve-se $A = B$
- O conjunto universal, denotado por U, contém todos os objetos de interesse num dado contexto.
- Apenas conjuntos A que são subconjuntos de U são considerados.
- Para qualquer conjunto A, se tem $\emptyset \subset A$.

Operações binárias

Definition (Complemento relativo a U)

$A^c = \{x \,|\, x \notin A\}$

Definition (União)

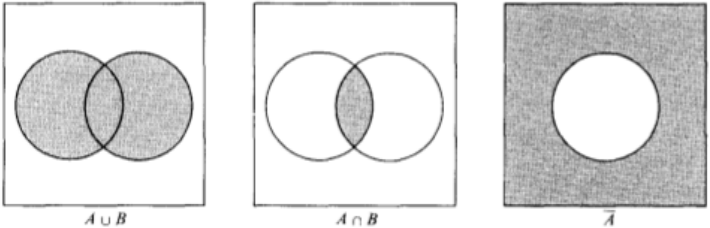
$A \cup B = \{x \,|\, x \in A \text{ ou } x \in B\}$

Definition (Intersecção)

$A \cap B = \{x \,|\, x \in A \text{ e } x \in B\}$

- Dois conjuntos A e B são **disjuntos** se $A \cap B = \emptyset$
- Uma coleção de conjuntos é uma **partição** de um conjunto A se são disjuntos e sua união é igual a A

Diagramas de Venn



Example

Suponha que
$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$; $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$
Quem são A^c, $A \cup B$ e $A \cap B$?

Algumas operações algébricas

1. $A \cup B = B \cup A$, $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
2. $A \cap B = B \cap A$, $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
3. $A \cap \emptyset = \emptyset$, $A \cup \emptyset = A$
4. $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$, $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
5. $(A^c)^c = A$, $A \cap A^c = \emptyset$
6. $A \cup U = U$, $A \cap U = A$

Operações algébricas

Definition

Sejam A e B dois conjuntos. Chamaremos de produto cartesiano de A e B escrito como $A \times B$ o conjunto $\{(a, b), a \in A, b \in B\}$, ie o conjunto de todos os pares ordenados, em que o primeiro elemento se toma de A e o segundo de B.

Example

Seja $A = \{1, 2, 3\}; B = \{1, 2, 3, 4\}$. Então
$A \times B = \{(1, 1), (1, 2), ..., (1, 4), (2, 1), ..., (2, 4), (3, 1), ..., (3, 4)\}$.

- O conjunto dos escalares (reais) é denotado por $\mathcal{R}$
- O conjunto dos pares de escalares (plano) é denotado por $\mathcal{R}^2$

Tipos de conjuntos

- Se A contém um número finito de elementos $x_1, x_2, ..., x_n$

$$A = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$$

- Se A contém um número infinito, porém contável (enumerável) de elementos,

$$A = \{x_1, x_2, ...\}$$

  Ex: conjunto dos inteiros ímpares

- Se A contém um número infinito e não contável, tais conjuntos não podem ser enumerados. Ex: para quaisquer números reais $b > a$ o conjunto $A = \{x | a \leq x \leq b\}$ tem um número não enumerável de elementos.