

Gabarito - Lista de Exercícios #5 - Álgebra Linear - IE-UFRJ
Professor Pedro Hemsley - 2015.1

1. Quais dos conjuntos de vetores abaixo são linearmente independentes?

- i. $(2, 1)$ e $(1, 2)$: LI
- ii. $(2, 1)$ e $(-4, -2)$: LD
- iii. $(1, 1, 0)$ e $(0, 1, 1)$: LI
- iv. $(1, 1, 0)$, $(0, 1, 1)$ e $(1, 0, 1)$: LI
- v. $(1, 0, 1, 0)$, $(1, 0, 0, 1)$ e $(0, 0, 1, 1)$: LI
- vi. $(1, 0, 1, 0)$, $(1, 0, -1, 0)$ e $(1, 0, 0, 0)$: LD

2. Considere novamente os vetores da questão anterior. Cada um deles pertence a \mathbb{R}^n para algum n . Determine n para cada item.

- i. $n = 2$
- ii. $n = 2$
- iii. $n = 3$
- iv. $n = 3$
- v. $n = 4$
- vi. $n = 4$

3. Escreva o vetor u como combinação linear dos vetores v_i nos itens abaixo.

- i. $u = (2, 2)$, $v_1 = (1, 2)$, $v_2 = (1, 4)$.
 $(2, 2) = c_1(1, 2) + c_2(1, 4) = (c_1, 2c_1) + (c_2, 4c_2) = (c_1 + c_2, 2c_1 + 4c_2)$
$$\begin{cases} c_1 + c_2 = 2 \\ 2c_1 + 4c_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow c_1 = 3, c_2 = -1.$$

Logo, $u = 3v_1 - v_2$

- ii. $u = (1, 2, 3)$, $v_1 = (1, 1, 0)$, $v_2 = (1, 0, 1)$, $v_3 = (0, 1, 1)$.

4. Os vetores $(1, 2, 3)$, $(4, 5, 12)$ e $(0, 8, 0)$ geram \mathbb{R}^3 ? R. Não, pois são LD: a matriz composta por esses vetores (como colunas) tem determinante igual a zero (o posto é igual a 2, que é menor do que o número de linhas).

5. Quais dos conjuntos de vetores abaixo são bases de \mathbb{R}^2 ?

- i. $(1, 1)$ e $(-2, -2)$: não é base, pois os vetores são LD (um é múltiplo do outro).
- ii. $(1, 1)$ e $(2, -2)$: é base, pois os vetores são LI e geram \mathbb{R}^2 .
- iii. $(1, -1)$ e $(-2, 2)$: não é base, pois os vetores são LD (um é múltiplo do outro).
- iv. $(1, -1)$, $(1, 0)$ e $(3, 2)$: não é base, pois são LD: sempre que há mais vetores do que coordenadas em cada vetor, os vetores são LD.

6. Quais dos conjuntos de vetores abaixo são bases de \mathbb{R}^3 ?

- i. $(1, 1, 1)$ e $(1, 2, 1)$ Não é base porque o número de vetores não é igual à dimensão do espaço (é menor).
- ii. $(1, 1, 1)$, $(1, 2, 1)$ e $(1, 0, 1)$ Não é base porque os vetores são LD: a matriz composta por esses vetores (como colunas) tem determinante igual a zero (o posto é igual a 2, que é menor do que o número de linhas).
- iii. $(6, 3, 9)$, $(5, 2, 8)$ e $(4, 1, 7)$ Não é base porque os vetores são LD: a matriz composta por esses vetores (como colunas) tem determinante igual a zero (o posto é igual a 2, que é menor do que o número de linhas).
- iv. $(1, 1, 1)$, $(1, 2, 1)$ e $(1, 0, 0)$ É base, pois os vetores são LI e eles geram o espaço \mathbb{R}^3 .

v. $(1, 1, 1)$, $(1, 2, 1)$, $(1, 0, 0)$ e $(0, 1, 0)$ Não é base porque o número de vetores não é igual à dimensão do espaço (é maior).

7. Para cada item da questão 1, determine uma base para o espaço gerado pelo conjunto de vetores apresentado.