

Lista de Exercícios #1 - Álgebra Linear - IE-UFRJ  
Professor Pedro Hemsley

1. Identifique as equações lineares.

a.  $3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 6$

b.  $x_1x_2x_3 = -2$

c.  $x^2 + 6y = 1$

d.  $(x + y)(x - z) = -7$

e.  $x + 3^{1/2}z = 4$

f.  $x + 3z^{1/2} = -4$

2. Resolva os sistemas abaixo por substituição, por eliminação gaussiana, e por eliminação de Gauss-Jordan.

a. 
$$\begin{cases} x - 3y + 6z = -1 \\ 2x - 5y + 10z = 0 \\ 3x - 8y + 17z = 1 \end{cases}$$

b. 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 12x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = -4 \end{cases}$$

3. Resolva o sistema abaixo por eliminação gaussiana e interprete o resultado.

$$\begin{cases} 3x + 3y = 4 \\ -x - y = 10 \end{cases}$$

4. Use as operações elementares com linhas para colocar as matrizes abaixo em (i) forma escalonada e (ii) forma escalonada reduzida.

a. 
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

b. 
$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

c. 
$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 6 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

d. 
$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e. 
$$\begin{bmatrix} 0 & 7 \\ 9 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

5. Considere os sistemas abaixo.

i. 
$$\begin{cases} 3x + 3y = 4 \\ x - y = 10 \end{cases}$$

ii. 
$$\begin{cases} 4x + 2y - 3z = 1 \\ 6x + 3y - 5z = 0 \\ x + y + 2z = 9 \end{cases}$$

iii. 
$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 2 \\ x + y + z = -2 \\ 2x - 4y + 3z = 0 \end{cases}$$

a. Escreva os sistemas em forma matricial.

b. Use as operações elementares com linhas para colocar as matrizes encontradas no item anterior em forma escalonada.

c. Use as operações elementares com linhas para colocar as matrizes encontradas no item anterior em forma escalonada reduzida (ou seja, trabalhe a partir da forma escalonada, e não da matriz original do item a).

d. Encontre a solução.

6. Resolva o sistema abaixo.

$$\begin{cases} -4x + 6y + 4z = 4 \\ 2x - y + z = 1 \end{cases}$$

7. Use a eliminação de Gauss-Jordan e determine para que valores de  $k$  o sistema abaixo possui:

(i) exatamente uma solução; (ii) nenhuma solução; (iii) infinitas soluções.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - kx_2 = 1 \end{cases}$$

8. Para que valores do parâmetro  $a$  o sistema abaixo admite solução?

$$\begin{cases} 6x + y = 7 \\ 3x + y = 4 \\ -6x - 2y = a \end{cases}$$

9. Determine o posto das matrizes abaixo.

a.  $\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$       b.  $\begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$       c.  $\begin{bmatrix} 1 & 6 & -7 & 3 \\ 1 & 9 & -6 & 4 \\ 1 & 3 & -8 & 4 \end{bmatrix}$

d.  $\begin{bmatrix} 1 & 6 & -7 & 3 & 5 \\ 1 & 9 & -6 & 4 & 9 \\ 1 & 3 & -8 & 4 & 2 \\ 2 & 15 & -13 & 11 & 16 \end{bmatrix}$       e.  $\begin{bmatrix} 1 & 6 & -7 & 3 & 1 \\ 1 & 9 & -6 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & -8 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

10. Considere as matrizes de coeficientes abaixo. Para cada uma delas, determine o número de soluções nos seguintes casos: (i)  $\forall i, b_i = 0$ ; e (ii)  $\exists i / b_i \neq 0$ .

a.  $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$       b.  $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$       c.  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

d.  $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$       e.  $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 6 \end{bmatrix}$