

Lista de Exercícios #2 - Álgebra Linear - IE-UFRJ
Professor Pedro Hemsley

1. Considere as matrizes abaixo e calcule o que se pede. Observe que nem todas as operações estão bem-definidas.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$
$$D = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- $A + B$
- $A - D$
- $3B$
- DC
- B^T
- $A^T C^T$
- $C + D$
- $B - A$
- AB
- CE
- $-D$
- $(CE)^T$
- $B + C$
- $D - C$
- CA
- $EC(CA)^T$
- $E^T C^T$

2. Mostre que as matrizes abaixo são idempotentes.

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

3. Mostre que

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

4. Considere a seguinte matriz:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Mostre que, se $ad - bc \neq 0$, então a matriz abaixo é uma inversa à direita e à esquerda de A .

$$\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

5. Encontre a inversa de cada uma das matrizes abaixo (ou mostre que é singular).

a. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ b. $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 4 & 6 & 3 \\ -6 & -10 & 0 \end{bmatrix}$

$$\text{d. } \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 6 & 2 & 6 \\ -4 & -3 & 9 \end{bmatrix} \quad \text{e. } \begin{bmatrix} 2 & 6 & 0 & 5 \\ 6 & 21 & 8 & 17 \\ 4 & 12 & -4 & 13 \\ 0 & -3 & -12 & 2 \end{bmatrix}$$

6. Resolva os sistemas abaixo usando a inversa da matriz de coeficientes.

$$\text{i. } \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases} \quad \text{ii. } \begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ 6x + 2y + 6z = 20 \\ -4x - 3y + 9z = 3 \end{cases}$$

$$\text{iii. } \begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ 4x + 6y + 3z = 1 \\ -6x - 10y = 6 \end{cases}$$

7. Considere uma matriz $n \times n$ diagonal com elementos d_1, \dots, d_n na diagonal principal. Qual é a condição para que essa matriz possua inversa? Se essa condição for satisfeita, qual é a inversa?