

Lista de Exercícios #3 - Álgebra Linear - IE-UFRJ
Professor Pedro Hemsley

1. Calcule o determinante das matrizes 2×2 abaixo.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ -1 & 8 \end{bmatrix}$$
$$D = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 10 & 10 \\ -1 & -9 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

2. Calcule o determinante das matrizes 3×3 abaixo.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$
$$D = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{33} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

3. Calcule o determinante das matrizes abaixo.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 200 & 300 \\ 0 & 5 & 400 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & 0 \\ -17 & -33 & 1 \end{bmatrix}$$
$$D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -5 \\ 0 & 5 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$G = \begin{bmatrix} a & 2 & 3 & -5 \\ 0 & b & 3 & -1 \\ 0 & 0 & c & -9 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 100 \\ 0 & b & 0 & -17 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Calcule o determinante das matrizes abaixo.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5. Calcule o determinante das matrizes abaixo.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \\ -1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

6. Quais das matrizes acima admitem inversa?

7. Quais das matrizes acima têm posto cheio (ou seja, posto = número de linhas = número de colunas)?

8. Suponha que as matrizes acima representem os coeficientes de um sistema linear. Quais desses sistemas admitem uma única solução?

9. Considere as matrizes A dos exercícios 1 e 2. Para cada uma delas:

- Encontre os menores correspondentes a cada um dos elementos.
- Encontre os cofatores correspondentes a cada um dos elementos.
- Escreva a matriz de cofatores.
- Escreva a matriz adjunta.
- Encontre a inversa a partir do determinante e da matriz adjunta.
- Encontre a solução para os vetores $b = [1 \ 2]'$ (para a matriz do exercício 1) e $b = [1 \ 1 \ 0]'$ (para a matriz do exercício 2).