

Lista de Exercícios #6 - Álgebra Linear - IE-UFRJ
Professor Pedro Hemsley

1. Quais dos conjuntos abaixo são sub-espços vetoriais de \mathbb{R}^2 ?

- i. $\{(x, y) : x = 0\}$
- ii. $\{(x, y) : x = 1\}$
- iii. $\{(x, y) : 3x - 4y = 0\}$
- iv. $\{(x, y) : x^2 = y^2\}$
- v. $\{(0, 1)\}$
- vi. $\{(x, y) : x + y = 0, x - y = 0\}$
- viii. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0 \wedge y \geq 0\}$
- ix. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 0 \vee y = 0\}$

2. Determine uma base para o espço-linha, uma base para o espço-coluna e uma base para o espço-nulo de cada uma das matrizes abaixo.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$
$$D = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -5 & 1 \\ 8 & 5 & -10 & 8 \\ -4 & 2 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

3. Encontre os autovalores e autovetores das matrizes abaixo.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$
$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & 7 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

4. Encontre o traço e o determinante das matrizes da questão anterior a partir dos autovalores.

5. Considere a equação de diferença $x_{n+1} = \frac{x_n}{2}$, com condição inicial $x_0 = 1$. Encontre a solução dessa equação. Essa solução é estável? Se $x_{n+1} = 2x_n$, a sua resposta muda? Interprete.

6. Interprete as matrizes do exercício 4 como matrizes de coeficientes de sistemas dinâmicos. Encontre a solução de cada sistema (suponha que a condição inicial, em todos os casos, seja um valor inicial igual a 1 para cada variável). Que sistemas são estáveis?