

Lista de Exercícios #7 - Álgebra Linear - IE-UFRJ
Professor Pedro Hemsley

1. Quais dos conjuntos abaixo são sub-espços vetoriais de \mathbb{R}^2 ?

- i- $\{(x, y) : x = 0\}$
- ii- $\{(x, y) : x = 1\}$
- iii- $\{(x, y) : 3x - 4y = 0\}$
- iv- $\{(x, y) : x^2 = y^2\}$
- v- $\{(0, 1)\}$
- vi- $\{(x, y) : x + y = 0, x - y = 0\}$
- vii- $\{(x, y) : x \geq 0 \wedge y \geq 0\}$
- viii- $\{(x, y) : x = 0 \vee y = 0\}$

2. Para cada matriz abaixo, encontre uma base para: (i) o espço-linha; (ii) o espço-coluna; (iii) o espço-nulo.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$$

3. Seja $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $f(x, y, z) = (x + y, 2z)$. Determine a matriz de transformação de f (na base canônica).

4. Considere as transformações lineares $f(x, y) = (x + 2y, y)$ e $g(x, y) = (-x, -y)$. Determine a matriz que representa a transformação linear $f + g$ na base canônica.

5. Suponha que V e W sejam espços vetoriais e $T : V \rightarrow W$ seja uma função tal que para todo escalar α e para quaisquer vetores $v_1, v_2 \in V$, vale a seguinte condição: $T(\alpha v_1 + v_2) = \alpha T(v_1) + v_2$. Mostre que T é uma transformação linear.

6. Considere o sistema linear $Ax = b$:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 6 & -4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 18 \end{bmatrix}$$

a- Encontre o espço-nulo de A .

b- Encontre o conjunto-solução do sistema linear $Ax = b$. Escreva uma solução geral do sistema como a soma de uma solução particular com um elemento do espço-nulo.

c- Encontre o espço-linha de A (ou seja, o espço-coluna de A^T).

d- Represente graficamente: (i) o espço-nulo de A ; (ii) o conjunto-solução de $Ax = b$; (iii) o espço-linha de A ; (iv) a solução particular usada na resposta ao item (b).

e- Represente graficamente a solução do sistema $Ax = b$ mais próxima da origem. Em que espço se encontra essa solução?

f- Encontre uma expressão para o vetor representado no item anterior.