Lista de Exercícios #7 - Métodos Quantitativos em Economia - FCE-UERJ
Professor Pedro Hemsley - 2015.1

1. Encontre e classifique os pontos críticos das funções abaixo.

i. $f(x,y) = x^4 + x^2 - 6xy + 3y^2$
ii. $f(x,y) = x^2 - 6xy + 2y^2 + 10x + 2y - 5$
iii. $f(x,y) = xy^2 + x^3y - xy$
iv. $f(x,y) = 3x^4 + 3x^2y - y^3$
v. $f(x,y,z) = x^2 + 6xy + y^2 - 3yz + 4z^2 - 10x - 5y - 21z$
vi. $f(x,y,z) = (x^2 + 2y^2 + 3z^2)\, e^{-\left(x^2+y^2+z^2\right)}$

2. Encontre os máximos e mínimos globais para os itens i a iv do exercício anterior.

3. Encontre os pontos críticos para os problemas abaixo.

i. $Max\ \ f(x,y,z) = x + y + z^2$ sujeito a $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e $y = 0$. (Qual é a interpretação das restrições desse problema?)
ii. $Max\ \ f(x,y,z) = yz + xz$ sujeito a $y^2 + z^2 = 1$ e $xz = 3$.
iii. $Max\ \ f(x,y,z) = x^2y^2z^2$ sujeito a $x^2 + y^2 + z^2 = c^2$ para dado $c > 0$.

4. Considere a elipse no plano (x,y) determinada pela equação $x^2 + xy + y^2 = 3$. Encontre as distâncias máxima e mínima desse elipse até a origem $(0,0)$.

5. Encontre o ponto $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ mais próximo da origem que esteja simultaneamente nos planos determinadas pelas equações $3x + y + z = 5$ e $x + y + z = 1$.

6. Encontre a solução do problema de maximização da função-objetivo $u(x_1,x_2) = kx_1^a x_2^{1-a}$ sujeita à restrição $p_1x_1 + p_2x_2 = M$, supondo $k > 0$, $a \in (0,1)$, $M > 0$, $p_1 > 0$, $p_2 > 0$. Apresente uma interpretação econômica para a solução desse problema.

7. Encontre os pontos críticos para os problemas abaixo.

i. $Max\ \ f(x,y) = x^2 + y^2$ sujeito a $2x + y \leq 2$, $x \geq 0$, e $y \geq 0$.
ii. $Max\ \ f(x,y) = 2y^2 - x$ sujeito a $x^2 + y^2 \leq 1$, $x \geq 0$, e $y \geq 0$.

8. Maximize a função $f(x,y,z) = xyz + z$ sujeita às restrições $x^2 + y^2 + z \leq 6$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$. A primeira restrição é ativa? Encontre uma solução que inclua $x = 0$.

9. Maximize a função $f(x,y,z) = 3xy - x^3$ sujeita às restrições $2x - y = -5$, $5x + 2y \geq 37$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

10. Refaça a questão 6 substituindo a restrição de igualdade por $p_1x_1 + p_2x_2 \leq M$. Interprete o resultado. O que ocorreria com a solução se a desigualdade fraca fosse substituída por desigualdade estrita?