Lista de Exercícios #8 - Álgebra Linear - IE-UFRJ
Professor Pedro Hemsley - 2018.2

1. Seja $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $f(x, y, z) = (x + y, 2z)$. Determine a matriz de transformação de f:

i- nas bases canônicas de $\mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}^2$.
ii- nas bases $B_3 = \{(1, 0, 0), (1, 0, 1), (0, 0, -1)\}$ de $\mathbb{R}^3$ e $B_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$ de $\mathbb{R}^2$.

2. Encontre a transformação linear $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ cuja matriz na base $B = \{(1, 2), (0, 5)\}$ é:

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Considere as transformação lineares $f(x, y) = (x + 2y, y)$ e $g(x, y) = (-x, -y)$. Determine a matriz que representa a transformação linear $f + g$ na base canônica.

4. Suponha que V e W sejam espaços vetoriais e $T : V \longrightarrow W$ seja uma função tal que para todo escalar α e para quaisquer vetores $v_1, v_2 \in V$, vale a seguinte condição: $T(\alpha v_1 + v_2) = \alpha T(v_1) + v_2$. Mostre que T é uma transformação linear.

5. Considere a transformação linear $T(x) = Ax$, em que $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$. Essa transformação é injetiva?

6. Considere uma transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ e os vetores $v_1 = (1, 1)$ e $v_2 = (2, 2)$. Suponha que $T(v_1) = (1, 3)$ e $T(v_2) = (2, 4)$. Obtenha:

i- a imagem do vetor $v_3 = (3, 4)$.
ii- a imagem de um vetor genérico (x_1, x_2).