

Lista de Exercícios #8 - Métodos Quantitativos em Economia - FCE-UERJ  
Professor Pedro Hemsley - 2015.1

1. (*Revisão de Cálculo 2*) Encontre uma expressão para a curva de nível das funções abaixo e faça a representação gráfica.

i.  $z = -x^2 - y^2$

ii.  $z = y - x^2$

iii.  $z = ye^{-x}$

iv.  $z = y - x$

v.  $z = x^2 - y^2$

vi.  $z = \frac{y}{x}$

2. (*Revisão de cálculo 2*) Encontre a equação do plano tangente em torno do ponto  $(0, 0)$  para as funções do exercício anterior, e encontre uma expressão linear para  $dz$  em cada caso.

3. (*Revisão de Cálculo 2*) Considere a função  $f(x, y) = 3xy^2 + 2x$ , em que  $x(t) = -3t^2$  e  $y(t) = 4t^3 + t$ . Calcule  $\frac{df}{dt}$ .

4. (*Revisão de Cálculo 2*) Encontre a direção de maior crescimento das funções abaixo nos pontos dados. Apresente essa direção como um vetor unitário.

i.  $z = 4x^2y$ ,  $(2, 3)$

ii.  $z = y^2e^{3x}$ ,  $(0, 3)$

5. (*Revisão de Cálculo 2*) Calcule a derivada direcional de  $f(x, y) = xy^2 + x^3y$  no ponto  $(4, -2)$  e na direção  $\left(\frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}}\right)$ . Essa é a direção de maior crescimento da função nesse ponto?

6. (*Revisão de Cálculo 2*) Considere as funções  $f(x, y) = x^2 + y^2$  e  $g(x, y) = x^2 - y^2$  e os pontos  $(1, 1)$ ,  $(1, 0)$  e  $(-2, 1)$ . Represente as curvas de nível e os gradientes de cada uma das funções nos pontos dados. Qual é a relação entre as curvas de nível e o vetor gradiente?

7. (*Condições de segunda ordem*) Classifique as formas quadráticas abaixo sujeitas às restrições dadas.

i.  $Q(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2$  sujeita a  $x_1 + x_2 = 0$

ii.  $Q(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2$  sujeita a  $x_1 + x_2 = 0$

iii.  $Q(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 + 4x_1x_3 - 2x_1x_2$  sujeita a  $x_1 + x_2 + x_3 = 0$  e  $x_1 + x_2 - x_3 = 0$

iv.  $Q(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_3 - 2x_1x_2$  sujeita a  $x_1 + x_2 + x_3 = 0$  e  $x_1 + x_2 - x_3 = 0$

v.  $Q(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - x_3^2 + 4x_1x_2 - 6x_2x_3$  sujeita a  $x_1 + x_2 - x_3 = 0$

8. (*Condições de segunda ordem*) Classifique os pontos críticos encontrados na questão 3 da lista 7.

9. (*Função-valor e teorema do envelope*) Considere o problema de maximização de utilidade  $u(x_1, x_2) = x_1x_2$  sujeito à restrição orçamentária  $p_1x_1 + p_2x_2 = M$ . Encontre e interprete a função-valor  $u(x_1^*(p_1, p_2, M), x_2^*(p_1, p_2, M))$ . Encontre e interprete o multiplicador de Lagrange desse problema.

10. (*Função-valor e teorema do envelope*) Considere o problema de minimização de custo  $c(x_1, x_2) = w_1x_1 + w_2x_2$  sujeito a uma produção mínima  $f(x_1, x_2) = x_1x_2 \geq y$ . Encontre e interprete a função-valor  $x_1^*(w_1, w_2, y)$   $x_2^*(w_1, w_2, y)$ . Encontre e interprete o multiplicador de Lagrange desse problema.