Primeira Lista de Exercícios - Microeconomia 1 (1ª parte) – PPGE/IE/UFRJ – 2024.1

1. Encontre a demanda marshalliana, a demanda hicksiana, a utilidade indireta e a função gasto para as funções utilidade abaixo. Considere preços p_1 e p_2, e uma renda exógena w. Os parâmetros α e β são estritamente positivos. Suponha sempre $x_1, x_2 \geq 0$.

a. $u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$
b. $u(x_1, x_2) = \alpha x_1 + \beta x_2$
c. $u(x_1, x_2) = min\{\alpha x_1, \beta x_2\}$
d. $u(x_1, x_2) = \alpha x_1^\beta + x_2$, com $\beta \in (0,1)$.

2. Calcule e interprete o multiplicador de Lagrange dos problemas de maximização de utilidade da questão 1.
3. Verifique a identidade de Roy para o item a da questão 1.
4. Calcule a demanda hicksiana diretamente a partir da função gasto para a questão 1.
5. Encontre o efeito substituição e o efeito renda a demanda das funções utilidade da questão 1. (Atenção à solução de canto ao avaliar o efeito renda no item d.)
6. Sob que condições a demanda ótima é unitária para o item b da questão 1?
7. Calcule a matriz de Slutsky para o item a da questão 1. Verifique que é negativa definida e simétrica. Interprete.
8. Verifique que a demanda marshalliana avaliada em (p, w) é igual à demanda hicksiana avaliada em (p, u) para $u = v(p, w)$ para o item a da questão 1.
9. Considere agora uma utilidade $u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta x_3^\gamma$. Calcule as demandas marshalliana e hicksiana. Mostre que o efeito renda não precisa ser simétrico. Conclua a partir daí que o efeito preço não precisa ser simétrico.
10. Mostre que a relação de preferência estrita $\succ$ é incompleta e transitiva.
11. Mostre que preferências monotônicas são localmente não-saciáveis.
12. Mostre que as preferências são convexas se e somente se a função utilidade que as representa (se existir) é quase-côncava.
13. Considere uma função de produção $y = x_1^\alpha x_2^\beta$, com preços exógenos p (para a produção), w_1 e w_2 (para os insumos). Para que valores de $\alpha + \beta$ essa função apresenta retornos crescentes, constantes ou decrescentes de escala? Mostre que, para cada um desses casos, o custo médio é decrescente, constante e crescente, respectivamente. O que isso implica para a escala ótima de produção? E para a solução do problema da firma?
14. Considere uma função custo genérica $c(y)$ crescente, convexa e diferenciável. Mostre que a escala eficiente de produção (suposta positiva e finita) é caracterizada por custo médio igual a custo marginal.
15. Considere uma firma com função custo $c(y) = K + y^2$, para $K > 0$. Encontre a escala eficiente de produção.
16. Considere um mercado perfeitamente competitivo com várias firmas com função de produção $c(y) = K + y^2$, $K > 0$. Quanto cada firma vai produzir? A que preço p irá

vender? Se existe uma demanda exógena dada por $y = a - p$, para $a > 0$, quantas firmas vão operar nesse mercado? Mostre que o preço e a quantidade de equilíbrio seriam os mesmos para várias firmas com retornos constantes de escala e custo médio de produção igual a $2\sqrt{K}$.

17. Considere uma firma que utiliza dois insumos, capital K e trabalho L. O capital é fixo no curto prazo. A elasticidade da demanda por trabalho (em resposta a uma variação em w) é maior no curto ou no longo prazo?