Curso de Graduação de Ciências Econômicas
Introdução à Estatística Econômica
Lista de Exercícios para P1

Questões selecionadas (indicados em azul ao longo da lista):

Meyer: 1.5, 1.15, 2.5, 3.10, 3.25, 4.5, 4.18, 5.2, 6.1, 6.3
ANPEC: Q7 (2017) e Q3 (2023)

<u>Exercícios Meyer</u>

Capítulo 1:

1.1 Suponha que o conjunto fundamental U seja formado pelos positivos de 1 a 10. Sejam:

A = (2, 3, 4)
B = (3, 4, 5)
C = (5, 6, 7)

Enumere os elementos dos seguintes conjuntos:

(a) $\bar{A} \cap B$. (b) $\bar{A} \cup B$. (c) $\overline{\bar{A} \cap \bar{B}}$. (d) $\overline{A \cap \overline{(B \cap C)}}$. (e) $\overline{A \cap (B \cup C)}$

1.2 Suponha que o conjunto fundamental U seja dado por $U = \{x|0 \leq x \leq 2\}$. Sejam os conjuntos A e B definidos da forma seguinte: $A = \{x|\ 1/2 < x \leq 1\}$ e $B = \{x|\ 1/4 \leq x < 3/2\}$.

Descreva os seguintes conjuntos:

(a) $\overline{A \cup B}$. (b) $A \cup \bar{B}$. (c) $\overline{A \cap B}$. (d) $\bar{A} \cap B$.

1.5. Empregue diagramas de Venn para estabelecer as seguintes relações:

(a) $A \subset B$ e $B \subset C$ implica que $A \subset C$.
(b) $A \subset B$ implica $A = A \cap B$.
(c) $A \subset B$ implica que $\bar{B} \subset \bar{A}$.
(d) $A \subset B$ implica que $A \cup C \subset B \cup C$.
(e) $A \cap B = \emptyset$ e $C \subset A$ implicam quo $B \cap C = \emptyset$.

1.6 Peças que saem de uma linha de produção são marcadas defeituosas (D) ou não defeituosas (N). As peças são inspecionadas e sua condição registrada. Isto é feito até que duas peças defeituosas consecutivas sejam fabricadas ou que quatro peças tenham sido inspecionadas, aquilo que ocorre em primeiro lugar. Descreva um espaço amostral para este experimento.

1.8 Considere quatro objetos, *a, b, c* e *d* . Suponha que a ordem em que tais objetos sejam listados represente o resultado de um experimento. Sejam os eventos A e B definidos assim:

A = {a está na primeira posição}; B = {b está na segunda posição}

(a) Enumere todos os elementos do espaço amostral.
(b) Enumere todos os elementos dos eventos $A \cap B$ e $A \cup B$.

1.11 Sejam *A, B* e *C* três eventos associados a um experimento. Exprima em notações de conjuntos, as seguintes afirmações verbais:

(a) Ao menos um dos eventos ocorre.
(b) Exatamente um dos eventos ocorre.
(c) Exatamente dois eventos ocorrem.
(d) Não mais de dois eventos ocorrem simultaneamente.

1.15 Um certo tipo de motor elétrico falha se ocorrer uma das seguintes situações: emperramento dos mancais, queima dos enrolamentos, desgaste das escovas. Suponha que o emperramento seja duas vezes mais provável do que a queima, esta sendo quatro vezes mais provável do que o desgaste das escovas. Qual será a probabilidade de que a falha seja devida a cada uma dessas circunstâncias?

1.16 Suponha que *A* e *B* sejam eventos tais que $P(A) = x$, $P(B) = y$, e $P(A \cap B) = z$. Exprima cada uma das seguintes probabilidades em termos de *x, y* e *z.*

(a) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$
(b) $P(\bar{A} \cap B)$
(c) $P(\bar{A} \cup B)$
(d) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$.

1.17 Suponha que *A, B* e *C* sejam eventos tais que:

$P(A) = P(B) = P(C) = ¼$
$P(A \cap B) = P(C \cap B) = 0$
$P(A \cap C) = 1/8$.

Calcule a probabilidade de que ao menos um dos eventos *A, B* ou *C* ocorra .

Capítulo 2:

2.1 O seguinte grupo de pessoas está numa sala: 5 homens maiores de 21 anos; 4 homens com menos de 21 anos de idade; 6 mulheres maiores de 21 anos, e 3 mulheres menores. Uma pessoa é escolhida ao acaso. Definem-se os seguintes eventos: A = {a pessoa é maior de 21 anos}; B = {a pessoa é menor de 21 anos}; C= {a pessoa é homem}; D = {a pessoa é mulher}.

Calcule:

(a) $P(B \cup D)$
(b) $P(\bar{A} \cap C)$.

2.2 Em uma sala, 10 pessoas estão usando emblemas numerados de 1 até 10. Três são escolhidas ao acaso e convidadas a saírem da sala simultaneamente.

O número de seu emblema é anotado.

(a) Qual é a probabilidade de que o menor número de emblema seja 5?
(b) Qual é probabilidade de que o maior número de emblema seja 5?

2.4 Uma remessa de 1.500 arruelas contém 400 peças defeituosas e 1.100 perfeitas. Duzentas arruelas são escolhidas ao acaso (sem reposição) e classificadas.

(a) Qual a probabilidade de que sejam encontradas exatamente 90 peças defeituosas?
(b) Qual a probabilidade de que sei encontrem ao menos 2 peças defeituosas?

2.5 Dez fichas numeradas de 1 até 10 são misturadas em uma urna. Duas fichas, numeradas (X, *Y),* são extraídas da urna, sucessivamente e sem reposição. Qual é a probabilidade de que seja $X + Y = 10$?

2.9 Um inspetor visita 6 máquinas diferentes durante um dia. A fim de evitar que os operários saibam quando ele os irá inspecionar, o inspetor varia a ordenação de suas visitas. De quantas maneiras isto poderá ser feito?

2.10 Um mecanismo complexo pode falhar em 15 estágios. De quantas maneiras poderá ocorrer que ele falhe em 3 estágios?

2.14 Com as seis letras *a, b, c, d, e*, *j* quantas palavras código de 4 letras poderão ser fornecidas se:

(a) Nenhuma letra puder ser repetida?
(b) Qualquer letra puder ser repetida qualquer número de vezes?

2.16 Uma caixa contém etiquetas numeradas 1, 2, ... , *n.* Duas etiquetas são escolhidas ao acaso. Determine a probabilidade de que os números das etiquetas sejam inteiros consecutivos se:

(a) As etiquetas forem escolhidas sem reposição.
(b) As etiquetas forem escolhidas com reposição.

2.17 Quantos subconjuntos se podem formar, contendo ao menos um elemento, de um conjunto de 100 elementos?

2.18 Um inteiro é escolhido ao acaso, dentre os números 1, 2, . . . , 50. Qual será a probabilidade de que o número escolhido seja divisível por 6 ou por 8?

2.19 Dentre 6 números positivos e 8 negativos, escolhem-se ao acaso 4 números (sem reposição) e multiplicam-se esses números. Qual será a probabilidade de que o produto seja um número positivo?

Capítulo 3:

3.1 A urna 1 contém *x* bolas brancas e *y* bolas vermelhas. A urna 2 contém z bolas brancas e *v* bolas vermelhas. Uma bola é escolhida ao acaso da urna 1 e posta na urna 2. *A seguir,* uma bola é escolhida ao acaso da urna 2. Qual será a probabilidade de que esta bola seja branca?

3.3 Duas válvulas defeituosas se misturam com duas válvulas perfeitas. As válvulas são ensaiadas, uma a uma, até que ambas as defeituosas sejam encontradas.

(a) Qual será a probabilidade de que a última válvula defeituosa seja encontrada no segundo ensaio?
(b) Qual será a probabilidade de que a última válvula defeituosa seja encontrada no terceiro ensaio?
(c) Qual será a probabilidade de que a última válvula defeituosa seja encontrada no quarto ensaio?
(d) Some os números obtidos em (a), (b) e (c) acima. O resultado é surpreendente?

3.5 Suponha que *A* e *B* sejam eventos independentes associados a um experimento. Se a probabilidade de *A* ou *B* ocorrerem for igual a 0,6, enquanto a probabilidade da ocorrência de *A* for igual a 0,4, determine a probabilidade da ocorrência de *B.*

3.7 Suponha que temos duas urnas 1 e 2, cada uma com duas gavetas. A urna 1 contém uma moeda de ouro em uma gaveta e uma moeda de prata na outra gaveta; enquanto a urna 2 contém uma moeda de ouro em cada gaveta . Uma urna é escolhida ao acaso; a seguir uma de suas gavetas é aberta ao acaso. Verifica-se que a moeda encontrada nessa gaveta é de ouro.

Qual a probabilidade de que a moeda provenha da urna 2?

3.8 Um saco contém três moedas, uma das quais foi cunhada com duas caras, enquanto as duas outras moedas são normais e não viciadas. Uma moeda é tirada ao acaso do saco e jogada quatro vezes, em sequência. Se sair cara *toda* vez, qual será a probabilidade de que essa seja a moeda de duas caras?

3.10 Sejam *A* e *B* dois eventos associados a um experimento. Suponha que $P(A) = 0{,}4$, enquanto $P(A \cup B) = 0{,}7$. Seja $P(B) = p$.

(a) Para que valor de *p, A* e *B* serão mutuamente excludentes?
(b) Para que valor de *p, A* e *B* serão independentes?

3.12 Um dado é lançado e, independentemente, uma carta é extraída de um baralho completo (52 cartas). Qual será a probabilidade de que:

(a) O dado mostre um número par e a carta seja de um naipe vermelho?
(b) O dado mostre um número par ou a carta seja de um naipe vermelho?

3.14 Um dado é atirado n vezes. Qual é a probabilidade de que "6" apareça ao menos uma vez em n jogadas?

3.15 Cada uma de duas pessoas joga três moedas equlibradas. Qual é a probabilidade de que elas obtenham o mesmo número de caras?

3.16 Jogam-se dois dados. Desde que as faces mostrem números diferentes, qual é a probabilidade de que uma face seja 4?

3.21 Duas máquinas A e B, sendo operadas independentemente, podem ter alguns desarranjos cada dia. A tabela abaixo dá a distribuição de probabilidades dos desarranjos para cada máquina. Calcule as seguintes probabilidades:

(a) A e B tenham o mesmo número de desarranjos.
(b) O número total de desarranjos seja menor que 4; ou menor que 5.
(c) A tenha mais desarranjos que B.
(d) B tenha duas vezes mais desarranjos que A.
(e) B tenha 4 desarranjos, quando se sabe que B já tenha tido 2 desarranjos.
f) o número mínimo de desarranjos das duas máquinas seja 3; ou menor do que 3.
(g) O número máximo de desarranjos das máquinas seja 3; ou seja maior que 3.

Numero de dessrranjos	0	1	2	3	4	5	6
A	0,1	0,2	0,3	0,2	0,09	0,07	0,04
B	0,3	0,1	0,1	0,1	0,1	0,15	0,15,

3.24 Verifique que o teorema da multiplicação$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$, B) = P(A I B)P(B), estabelecido para dois eventos, pode ser estendido para três eventos, da seguinte maneira:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A|B \cap C)P(B|C)P(C)$$

3.25 Uma montagem eletrônica é formada de dois subsistemas A e B. De procedimentos de ensaio anteriores, as seguintes probabilidades ser admitem conhecidas:

P(A falhe) = 0,20

P(A e B falhem) = 0,15

P(B falhe sozinho) = 0,15

Calcule as seguintes probabilidades:

(a) P(A falhe I B tenha falhado).
(b) P(A falhe sozinho).

Capítulo 4:

4.1 Sabe-se que uma determinada moeda apresenta cara três vezes mais frequentemente que coroa. Essa moeda é jogada três vezes. Seja X o número de caras que aparece. Estabeleça a distribuição de probabilidade de X e também a fd. Faça um esboço do gráfico de ambas.

4.2 De um lote que contém 25 peças, das quais 5 são defeituosas, são escolhidas quatro ao acaso. Seja X o número de peças defeituosas encontradas. Estabeleça a distribuição de probabilidade de X, quando:

(a) As peças forem escolhidas com reposição.
(b) As peças forem escolhidas sem reposição.

4.5 Suponha que a máquina 1 produza (por dia) o dobro das peças que são produzidas pela máquina 2. No entanto, 4% das peças fabricadas pela máquina 1 tendem a ser defeituosas, enquanto somente cerca de 2% de defeituosas produz a máquina 2. Admita que a produção diária das duas máquinas seja misturada. Uma amostra aleatória de 10 peças é extraída da produção total. Qual será a probabilidade de que essa amostra contenha duas peças defeituosas?

4.9 A variável aleatória contínua X tem para fdp: $f(x) = x/2, 0 \leq x \leq 2$. São feitas duas determinações independentes de X. Qual será a probabilidade de que ambas essas determinações sejam maiores do que 1? Se três determinações independentes forem feitas, qual a probabilidade de que exatamente duas delas sejam maiores do que 1?

4.11 A variável aleatória continua X tem fdp $f(x) = 3x^2, -1 \leq x \leq 0$. Se b for um número que satisfaça $-1 < b < 0$, calcule $P(X > b \mid X < b/2)$.

4.14 A percentagem de álcool $(100X)$ em cer̃to composto pode ser considerada uma variável aleatória, onde $X, 0 < X < 1$, tem a seguinte fdp:

$$f(x) = 20x^3(1 - \mathrm{x}),\ 0 < x < 1$$

(a) Estabeleça a expressão da fd F e esboce seu gráfico.

(b) Calcule $P(X \leq 2/3)$.

(c) Suponha que o preço de venda desse composto dependa do conteúdo de álcool. Especificamente, se $1/3 < X < 2/3$, o composto se vende por C_1 dólares/galão; caso contrário, ele se vende por C_2 dólares/galão. Se o custo for C_3 dólares/galão, calcule a distribuição de probabilidade do lucro líquido por galão.

4.16 O diâmetro X de um cabo elétrico supõe-se ser uma variável aleatória continue X, com fdp $f(x) = 6x \cdot (1-x), 0 \leq x \leq 1$.

(a) Verifique que essa expressão é uma fdp e esboce o seu gráfico.

(b) Obtenha uma expressão para a fd de X e esboce o seu gráfico.

4.18 Seja X a duração da vida (medida em horas) de um dispositivo eletrônico. Suponha que X seja uma variável aleatória contínua com fdp $f(x) = {}^{k}/_{x^n}$, $2.000 \leq x \leq 10.000$

(a) Para $n = 2$, determine k.

(b) Para $n = 3$, determine k.

(c) Para n em geral, determine k.

(d) Qual a probabilidade de que o dispositivo falhe antes que 5.000 horss se tenham passado?

(e) Esboce a fd $F(t)$ para a letra (c) e determine sus forma algébrica.

4.19 Seja X uma variável aleatória com distribuição binomial, baseada em 10 repetições de um experimento. Se $p = 0{,}3$, calcule as seguintes probabilidades. Use uma tábua de distribuição.

(a) $P(X \leq 8)$;

(b) $P(X = 7)$;

(c) $P(X > 6)$.

4.20 Suponha que X seja uniformemente distribulda sobre $[-\alpha, +\alpha]$, onde $\alpha > 0$. Quando possivel, determine α de modo que as seguintes relações sejam satisfeitas:
(a) $P(X > 1) = \frac{1}{3}$
(b) $P(X > 1) = \frac{1}{2}$
(c) $P\left(X < \frac{1}{2}\right) = 0{,}7$
(d) $P\left(X < \frac{1}{2}\right) = 0{,}3$
(e) $P(|X| < 1) = P(|X| > 1)$

4.24 Suponha que 5% de todas as peças que saiam de uma linha de fabricação sejam defeituosas. Se 10 dessas peças forem escolhidas e inspecionadas, qual será a probabilidade de que no máximo 2 defeituosas sejam encontradas?

Capítulo 5:

5.2 Suponha que X seja uniformemente distribuida sobre $(1,3)$. Ache a fdp das seguintes variáveis aleatórias:
(a) $Y = 3X + 4$
(b) $Z = e^X$

5.5 Suponha que X seja uniformemente distribuída sobre o intervalo $(0,1)$. Ache a fdp das seguintes variáveis aleatórias:

(a) $Y = X^2 + 1$
(b) $Z = 1/(X + 1)$

5.12 Para medir velocidades do ar, utiliza-se um tubo (conhecido como tubo estático de Pitot), o qual permite que se meça a pressão diferencial. Esta pressão diferencial é dada por $P = (1/2)dV^2$, onde d é a densidade do ar e V é a velocidade do vento (mph). Achar a fdp de P, quando V for uma variável aleatória uniformemente distribuída sobre $(10,20)$.

5.13 Suponha que $P(X \leqslant 0{,}29) = 0{,}75$, onde X é uma variável aleatória continua com alguma distribuição definida sobre $(0,1)$. Quando $Y = 1 - X$, determinar k de modo que $P(Y \leqslant k) = 0{,}25$.

Capítulo 6:

6.1 Suponha que a tabela seguinte represente a distribuição de probabilidade conjunta da variável aleatória discreta (X, Y). Calcule todas as distribuições marginais e as condicionadas.

X/Y	1	2	3
1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	0
2	0	$-\frac{1}{9}$	$\frac{1}{5}$
3	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{15}$

6.2 Suponha que a variável aleatória bidimensional (X, Y) tenha a fdp conjunta

$$f(x;y) \quad = kx(x-y),\ 0 < x < 2,\ -x < y < x$$
$$= 0, \text{ para outros quaisquer valores.}$$

(a) Calcule a constante k :

(b) Ache a fdp marginal de X.

(c) Ache a fdp marginal de Y.

6.3 Suponha que a fdp conjunta da varível sleatória bidimensional (X, Y) seja dada por:

$$f(x,y) \quad = x^2 + \frac{xy}{3},\ 0 < x < 1,\ 0 < y < 2$$
$$= 0, \text{ para quaisquer outros valores.}$$

Calcule:

(a) $P\left(X > \frac{1}{2}\right)$.
(b) $P(Y < X)$.
(c) $P\left(Y < \frac{1}{2} \mid X < \frac{1}{2}\right)$.

6.10 Demonstre o seguinte resultado (Teorema 6.1 do livro):

(a) Seja (X,Y) uma variável aleatória discreta bidimensional. Nesse caso, X e Y serão independentes se, e somente se, $p(x_i \mid y_j) = p(x_i)$ para todo i e j [ou, o que é equivalente se, e somente se, $q(y_j \mid x_i) = q(y_j)$ para todo i e j].

(b) Seja (X, Y) uma variável aleatória contínua bidimensional. Nesse caso, X e Y serão independentes se, e somente se, $g(x \mid y) = g(x)$, ou equivalentemente, se e somente se, $h(y \mid x) = h(y)$, para todo (x, y).

6.14. Suponha que a fdp conjunta de (X, Y) seja dada por

$$f(x,y) \quad = e^{-y}, \qquad \text{para } x > 0 \text{ e } y > x,$$
$$= 0, \text{ para quaisquer outros valores.}$$

(a) Ache a fdp marginal de X.
(b) Ache a fdp marginal de Y.
(c) Calcule $P(X > 2 \mid Y < 4)$.

Exercícios ANPEC

(Q7 2017) Com relação à Teoria da Probabilidade pode-se afirmar que:

(0) Sejam os eventos independentes A e B, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

(1) Se A ⊂ B, então $P(A) = P(B) + P(B - A)$.

(2) Seja A, B e C eventos independentes se, e somente se, $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$.

(3) Considere um conjunto finito $A_1, A_2, \dots, A_n$ um conjunto de eventos tais que os eventos condicionais $A_i \mid A_1 \cap A_2 \cap, \dots, A_{i-1}$ tenham probabilidades positivas. Então $P(\bigcap_{i=1}^{n} A_i) = P(A_1) \times P(A_2 \mid A_1) P(A_3 \mid A_1 \cup A_2) \dots P\left(A_n \mid \bigcup_{i=1}^{n-1} A_i\right)$.

(4) Se dois eventos são disjuntos, então $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

(Q9 2017) Observe a função de distribuição acumulada $F(x)$ abaixo e calcule a probabilidade para $x \leq 2$ e multiplique o resultado por 10.

$$F(x) = \left\{ \begin{array}{ccc} 0 & \text{se} & x < 0 \\ \dfrac{x^2}{20} & \text{se} & 0 \leq x \leq 5 \\ -\dfrac{x^2}{20} + \dfrac{2}{5}x - 1 & \text{se} & 5 \leq x < 10 \\ 1 \text{ se} & & x \geq 10 \end{array} \right\}$$

(Q12 2019) Em uma amostra de 100 alunos de uma faculdade de Economia são verificadas em determinado semestre as seguintes informações sobre os matriculados nos cursos de Microeconomia, Estatística e Matemática:

10 alunos não estão matriculados em nenhum desses três cursos.

10 alunos estão matriculados em todos os três cursos.

85 alunos estão matriculados em Microeconomia ou Estatística ou em ambos.

80 alunos estão matriculados em Microeconomia ou Matemática ou em ambos.

25 alunos estão matriculados em Matemática e Estatística, mas não em Microeconomia.

45 alunos estão matriculados em Matemática.

65 alunos estão matriculados em Estatística.

Podemos afirmar:

(0) O número de alunos matriculados em apenas um curso é igual a 30.

(1) O número de alunos matriculados em exatamente dois cursos é igual a 50.

(2) O número de alunos matriculados apenas em Microeconomia é igual a 20.

(3) Entre os alunos que não estão matriculados em Matemática, 50% estão matriculados em Microeconomia.

(4) Em média, cada um dos 100 alunos está matriculado em 1,6 cursos, considerando os cursos de Microeconomia, Estatística e Matemática.

(Q5 2020) Num torneio amador de tênis, 16 jogadores de igual habilidade, numerados de 1 a 16, são divididos, aleatoriamente, em 8 grupos de 2 jogadores, que jogam entre si. Os perdedores são eliminados e os vencedores novamente divididos em 4 grupos com 2 jogadores, que novamente jogam entre si, e assim por diante até um jogador se tornar o campeão do torneio. Qual a probabilidade dos jogadores 1 e 2 se enfrentarem durante o torneio? Multiplique o resultado por 8 e marque a parte inteira.

(Q2 2021) A tabela de contingência a seguir apresenta os dados de uma amostra de 104 trabalhadores de uma empresa durante a pandemia, classificados segundo a decisão de trabalho e se estes trabalhadores moram ou não com pessoas classificadas no grupo de risco.

Decisão	Moram com pessoas do grupo de risco	Não moram com do grupo de risco	Total
Trabalham na empresa durante a pandemia	14	18	32
Trabalham em casa durante a pandemia	10	12	22
Não trabalham durante a pandemia	32	18	50
Total	56	48	104

Com base nestas informações, verifique as seguintes afirmações:

(0) Se selecionarmos um trabalhador ao acaso, a probabilidade deste trabalhador não trabalhar durante a pandemia e não morar com pessoas do grupo de risco é igual a 36%.

(1) Se selecionarmos um trabalhador ao acaso, a probabilidade deste trabalhador morar com uma pessoa classificada no grupo de risco é de, aproximadamente, 46%.

(2) Entre os trabalhadores que trabalham durante a pandemia, 22% trabalham em casa e moram com pessoas classificadas no grupo de risco.

(3) A probabilidade de que trabalhadores que moram com pessoas que não estão classificadas no grupo de risco continuar trabalhando é de, aproximadamente, 19,6 p.p. maior do que trabalhadores que moram com pessoas classificadas no grupo de risco e continuam trabalhando.

(4) Sabendo que um trabalhador optou por continuar trabalhando, a probabilidade deste trabalhador não morar com pessoas classificadas no grupo de risco é de, aproximadamente, $55{,}5\%$.

(Q5 2021) Após análise dos últimos 2 anos da demanda por seu produto, uma empresa concluiu o seguinte: se um consumidor adquiriu seu produto em 2018 , a probabilidade deste consumidor voltar a consumir em 2019 é de 40%. Por outro lado, a probabilidade deste consumidor adquirir seu produto pela primeira vez em 2019 é de 70%. Imaginando que as preferências dos consumidores por seu produto sejam estáveis, a empresa gostaria de saber a probabilidade de um consumidor que não adquiriu seu produto em 2018 passe a consumi-lo em 2020. Multiplique o resultado por 100.

(Q4 2022b) Suponha que a distribuição conjunta de X e Y é dada por:

$$f_{X,Y} = \begin{cases} kx^3y & 0 < x < y, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{c.c} \end{cases}$$

Encontre o valor de k.

(Q9 2022) Um experimento médico sujeita um paciente a um certo estímulo e reporta se o paciente respondeu ou não ao estímulo. A probabilidade de que o paciente responda é 0,2. Assuma que as reações dos pacientes ao estímulo sejam independentes entre si.

Julgue as afirmativas:

(0) A probabilidade de que exatamente um dentre três pacientes responda ao estímulo é 0,384 .

(1) A probabilidade de que pelo menos um dentre três pacientes responda ao estímulo é 0,488 .

(2) A probabilidade de que em 3 experimentos nenhum paciente responda ao estímulo é 0,512.

(3) A probabilidade de que exatamente um paciente responda ao estímulo em dois experimentos, dado que nos primeiros 3 experimentos anteriores nenhum paciente respondeu, é 0,16 .

(4) Suponha que dentre 10 pacientes submetidos ao experimento, 3 responderam ao estímulo. Entre estes 10 pacientes, a probabilidade de selecionar aleatoriamente, sem reposição, 2 pacientes que não responderam ao estímulo é $7/15$.

(Q3 2023) Seja a seguinte densidade conjunta:

$$f(x,y) = \begin{cases} xy + \frac{3}{4} & 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{c. } c \end{cases}$$

Julgue as afirmativas como verdadeiras ou falsas:

(0) A probabilidade de $x \leq 0{,}5$ é igual a $\frac{9}{16}$.

(1) A probabilidade de $y \leq 0{,}25$ é igual a $\frac{13}{64}$.

(2) A distribuição de X é simétrica, pois a média é igual a mediana.

(3) A média de X é igual a média de Y.

(4) O primeiro quartil de Y é igual a 0,20.

(Q6 2023) Supondo que a taxa de desemprego de determinado país corresponda a 10% da população economicamente ativa (PEA), verifique se as afirmativas abaixo sobre esse país são corretas:

(0) Em uma amostra aleatória de 10 indivíduos da PEA, a probabilidade de que nenhum desses 10 indivíduos esteja desempregado é $10 \times (0{,}9)^{10}$.

(1) Em uma amostra aleatória de 10 indivíduos da PEA, a probabilidade de encontrar exatamente dois desempregados é $45 \times (0{,}1)^2 \times (0{,}9)^8$.

(2) Em uma amostra aleatória de 5 indivíduos da PEA, a probabilidade de 2 ou mais desses indivíduos estarem desempregados é $1 - (0{,}9)^5 - 0{,}5 \times (0{,}9)^4$.

(3) A probabilidade de encontrar 10 desempregados em uma amostra aleatória de 10 indivíduos da PEA é igual a probabilidade de encontrar 5 desempregados em uma amostra aleatória de 5 indivíduos da PEA.

(4) Em uma amostra aleatória de 3 indivíduos da PEA, a probabilidade de encontrar exatamente dois desempregados é igual a 0,027.