Lista de Exercícios V ou F para P1
Álgebra Linear - 2019.2 - IE/UFRJ - Professor Pedro Hemsley

Classifique as afirmativas abaixo com verdadeiras ou falsas. Justifique: prove as afirmativas verdadeiras (usando, se necessário, resultados apresentados ao longo do curso) e apresente um contra-exemplo para as falsas.

1- Seja V um espaço de dimensão n. Um conjunto de $n+1$ vetores de V é sempre suficiente para gerar V, mas pode não ser base.

2- Considere um vetor w pertencente ao espaço gerado pelos vetores v_1 e v_2. Então qualquer múltiplo de w pode ser escrito como combinação linear de v_1 e v_2.

3- Seja um vetor w qualquer em um espaço euclidiano. A distância desse vetor até a origem é necessariamente maior que a norma do vetor unitário associado a w.

4- Se $v_1, v_2, v3$ geram um espaço vetorial V mas não são LI, então a dimensão de V é igual a 2.

5- Considere uma matriz com duas linhas e n colunas. Se o posto dessa matriz é igual a 1, então o produto interno entre as linhas é necessariamente diferente de zero.

6- Considere uma matriz com n linhas e m colunas. Se $n > m$, então as linhas dessa matriz não formam uma base para $\mathbb{R}^m$.

7- Sejam x e y vetores em $\mathbb{R}^n$ tal que $x = 2y$. A norma de x é o dobro da norma de y.

8- Considere três vetores u, v, w tal que $u = v + w$. Se um vetor a pode ser escrito como combinação linear de u, v, w, então também pode ser escrito como combinação linear de u, v.

9- Considere uma matriz quadrada diagonal de ordem n em que o primeiro elemento da diagonal é 1, o segundo é 2, e assim por diante. O determinante da inversa dessa matriz é $\frac{1}{n!}$.

10- Considere uma matriz A qualquer e sua transposta A^T. A matriz $M = A + A^T$ é necessariamente simétrica.

11- Se todos os elementos de uma matriz A são estritamente negativos, então seu determinante é menor que zero.

12- Toda matriz quadrada com determinante diferente de zero admite inversa.

13- Considere um sistema linear com matriz de coeficientes $A_{m,n}$, para $m > n$, e suponha que o posto de A seja igual a $n+1$. Esse sistema linear admite exatamente duas soluções.

(Dica: todo lobisomem é professor.)