Lista de Exercícios V ou F para P2
Álgebra Linear - 2019.2 - IE/UFRJ - Professor Pedro Hemsley

Classifique as afirmativas abaixo com verdadeiras ou falsas. Justifique: prove as afirmativas verdadeiras (usando, se necessário, resultados apresentados ao longo do curso) e apresente um contra-exemplo para as falsas.

1- Seja P a matriz de projeção de um elemento qualquer do espaço vetorial E no subespaço vetorial $V \subset E$. Se $x \in V$, então $Px = x$.

2- Considere uma matriz quadrada com número par de linhas. Se essa matriz é negativa definida, então o determinante é estritamente negativo.

3- Considere uma transformação linear representada por uma matriz quadrada em que o traço é igual a zero. Essa transformação é necessariamente injetiva.

4- Considere uma matriz diagonal de ordem 2 em que a soma dos autovalores é igual a 2 e o menor principal líder de ordem 1 é igual a 1. Essa matriz é necessariamente a identidade.

5- Considere uma transformação linear representada por uma matriz quadrada em que o traço é igual ao determinante. Essa transformação é necessariamente bijetiva.

6- Considere uma matriz quadrada diagonal de ordem n em que o primeiro elemento da diagonal é 1, o segundo é 2, e assim por diante. Os autovetores dessa matriz formam uma base para $\mathbb{R}^n$.

7- Considere um conjunto em que cada elemento é uma matriz positiva definida de ordem 2. Esse conjunto é um subespaço vetorial.

8- Seja $f(x) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ uma função que associa a cada vetor $x \in \mathbb{R}^n$ um vetor $f(x)$ em que a primeira coordenada é igual a 1, e todas as demais coordenadas são iguais às de x. Então f é uma transformação linear.

9- Considere uma matriz com três linhas e cinco colunas. A dimensão do espaço-nulo é necessariamente igual a 2.

10- Se um sistema de equações de diferença pode ser representado por uma matriz singular, então esse sistema é estável.

11. O conjunto $(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0 \; e \; y \geq 0$ não é subespaço vetorial de $\mathbb{R}^2$ porque não é fechado para soma de vetores.

12. Considere uma matriz cujo posto é igual ao número de linhas. As linhas dessa matriz formam uma base para o espaço-linha.

13. Se uma matriz admite inversa, então o espaço-nulo associado a ela é apenas a origem do domínio.

14. Suponha que todos os autovalores de uma matriz diagonal A sejam estritamente positivos. A transformação linear $T(x) = Ax$ assume valores também estritamente positivos para todo x.