Notas de Aula - Teoria dos Jogos - FCE/UERJ 2016.2
(Versão preliminar - favor não circular)
Professor Pedro Hemsley
Horário: xxxx
Sala: xxxx
Ementa e informações relevantes: página do curso

1 Seleção Adversa

Informação completa ou incompleta diz respeito a conhecimento sobre *payoffs*. Sob informação completa, *todos* os jogadores conhecem os payoffs de *todos* os demais jogadores para *todas* as combinações possíveis de estratégias. Com informação incompleta, ao menos um jogador não conhece o payoff de ao menos um outro jogador para ao menos uma combinação possível de estratégias.

Exemplo: Monopólio de segundo grau

No problema básico de monopólio, não há discriminação de preços: a firma monopolista cobra o mesmo preço de todos os consumidores. Isso gera um peso morto, a distorção típica de monopólio: alguns consumidores estão dispostos a pagar mais do que o custo de produção, mas o monopolista não vende porque seria obrigado a diminuir o preço que cobra a todos (ou seja, a firma perde o lucro que obteria no consumidor marginal para manter o lucro dos consumidores inframarginais). Há portanto um interesse em discriminar preços: o monopolista gostaria de vender a preços diferentes para consumidores com preços de reserva distintos.

Na discriminação de terceiro grau, o monopolista é capaz de separar grupos de consumidores, cada um com uma demanda distinta e conhecida: estudantes e não-estudantes, idosos e não-idosos, etc. Na discriminação de segundo grau, o monopolista não é capaz de separar grupos através de alguma característica observável e contratável, mas sabe que há uma distribuição de tipos, em que o tipo é interpretado como "preço de reserva" (ou seja, preço máximo que o consumidor está disposto a pagar). Pode então montar um menu de preços e serviços que induza a auto-seleção. Exemplo clássico: pode vender dois tipos de vinho - um barato de baixa qualidade, um caro de alta qualidade, de forma que consumidores que valorizam muito a qualidade (e tenham dinheiro para pagar) escolham o produto mais caro, e os demais comprem o mais barato. (O monopólio de primeiro grau é um caso limite do terceiro grau, em que os grupos são unitários - a firma conhece o preço de reserva de cada indivíduo.)

Nesse modelo, o principal é o vendedor do bem - ou seja, é o monopolista discriminador. O agente é o comprador potencial, que tem informação privada sobre o seu preço de reserva. A utilidade do agente é:

$$U_A = \theta q - t$$

Em que t é o preço pago (transferência), q é a qualidade, e θmede o valor que o agente atribui ao bem. Note que $\theta = \frac{dU_A}{d\theta}$, a utilidade marginal do bem. Suponha que haja dois tipos $\theta \in \{\theta_1, \theta_2\}$, com $\theta_2 > \theta_1$: o consumidor 2 ("tipo alto") valoriza mais o bem que o consumidor 1 ("tipo baixo"). A distribuição de probabilidade é $P(\theta_1) = \pi$, $P(\theta_2) = 1 - \pi$. (Vamos supor, por questões técnicas, que a diferença $U_A(q, \theta') - U_A(q, \theta)$ seja crescente em q para todo $\theta' > \theta$). Já o principal possui um custo $c(q)$, estritamente crescente e convexo ($c', c'' > 0$), para oferecer uma qualidade q, e portanto seu lucro é:

$$U_P = t - c(q)$$

A estrutura do jogo é common knowledge.

First-Best: Discriminação de primeiro grau

Considere inicialmente, como benchmark, o problema de maximização de lucro do monopolista discriminador de primeiro grau. A firma escolhe combinações de preço e qualidade (t_1, q_1), (t_2, q_2) para maximizar seu lucro esperado:

$$\underset{q_1, q_2, t_1, t_2}{Max}\, \pi [t_1 - c(q_1)] + (1 - \pi) [t_2 - c(q_2)]$$

Sujeiro às chamadas *restrições de participação*, que impõe que a utilidade que cada consumidor obtém ao comprar o produto seja igual à *utilidade de reserva* - ou seja, o nível de utilidade de o cnsumidor não comprar. Essas restrições são denotadas (IR)'s, de "individual rationality". Por simplicidaade, vamos supor que a utilidade de reserva é igual a zero:

$$\theta_1 q_1 - t_1 \geq 0$$

$$\theta_2 q_2 - t_2 \geq 0$$

A solução desse problema é chamada de first-best: é o melhor que o principal pode obter no mercado. Para encontrá-la, note inicialmente que as duas restrições acima devem valer com igualdade: caso contrário, a firma poderia aumentar o preço sem que o consumidor deixasse de consumir, aumentando seu lucro. Logo, $t_1 = \theta_1 q_1$ e $t_2 = \theta_2 q_2$: o monopolista discriminador de primeiro grau cobra exatamente o preço de reserva dos consumidores (e portanto extrai todo o excedente do consumidor).

Podemos substituir esses valores de t_1 e t_2 no lucro esperado:

$$\underset{q_1,q_2}{Max} \pi \left[\theta_1 q_1 - c\left(q_1\right)\right] + (1-\pi)\left[\theta_2 q_2 - c\left(q_2\right)\right]$$

Derivando e igualando a zero, obtemos:

$$\theta_1 - c'\left(q_1\right) = 0 \Rightarrow \theta_1 = c'\left(q_1\right)$$

$$\theta_2 - c'\left(q_2\right) = 0 \Rightarrow \theta_2 = c'\left(q_2\right)$$

Ou seja, a utilidade marginal θ_i é igual ao custo marginal $c'\left(q_i\right)$ para ambos os consumidores, e portanto a alocação é *eficiente de Pareto*. Essas equações definem os contratos ótimos sob informação completa: $q_i^{FB} = c'^{-1}\left(\theta_i\right)$, $t_i = \theta_i q_i^{FB}$ para $i = 1, 2$. Em suma: o monopolista perfeitamente discriminador obtém uma solução eficiente, mas todo o excedente fica com a firma - o tradeoff eficiência x equidade é resolvido maximizando eficiência e pagando o custo de desigualdade, o que reflete a hipótese de que a firma possui todo o poder de barganha.

Note que *sob informação completa*, os probabilidades $\pi, 1-\pi$ não afetam a solução do problema, que pode ser separado para cada tipo de consumidor: o monopolista resolve separadamente o problema $\underset{q_1,t_1}{Max} \pi\left[\theta_1 q_1 - t_1\right]$ sujeito a $\theta_1 q_1 - t_1 \geq 0$ e o problema $\underset{q_2,t_2}{Max} \pi\left[\theta_2 q_2 - t_2\right]$ sujeito a $\theta_2 q_2 - t_2 \geq 0$, que se resumem a $\underset{q_i}{Max} \theta_i q_i - c\left(q_i\right)$ para $i = 1, 2$: matematicamente, a probabilidade é apenas uma constante positiva que multiplica a função-objetivo de um problema sem restrição, e portanto não afeta o resultado.

O contrato ótimo encontrado acima é denotado $\left[\left(t_1^{FB}, q_1^{FB}\right), \left(t_2^{FB}, q_2^{FB}\right)\right]$.

Second-Best: Discriminação de segundo grau

Vamos encontrar agora o contrato que a firma oferece quando não é capaz de observar os tipos. O monopolista tem a mesma função-objetivo (seu lucro esperado) e continua sujeito às restrições de participação. O contrato ótimo, porém, não é mais implementável, pois o tipo alto (consumidor θ_2) prefere se passar pelo tipo baixo θ_1 adquirir a qualidade q_1 ao preço θ_1. Para verificar isso, calcule a utilidade do consumidor tipo alto ao escolher a cesta (t_1, q_1):

$$U_A\left(q_1, t_1/\theta_2\right) = \theta_2 q_1 - t_1 \underbrace{>}_{\theta_2>\theta_1} \theta_1 q_1 - t_1 \underbrace{=}_{(IR)_1} 0$$

Logo, o tipo alto obtém uma utilidade estritamente positiva ao consumidor o produto desenhado para o tipo baixo: a qualidade é menor mas o preço mais baixo compensa.

O monopolista pode simplesmente manter as escolhas de qualidade do first-best, mas isso não maximiza seu lucro sob informação incompleta. Para tanto, é necessário buscar o contrato que maximiza o lucro esperado sujeito não apenas às restrições de participação, mas também às *restrições de compatibilidade de incentivo*, que impõem que cada tipo escolha o par preço-produto que foi desenhado para ele, e não o que foi desenhado para outro tipo, evitando que um tipo se passe por outro. Ou seja, essas restrições tentam induzir uma *auto-seleção* correta. Para tanto, é necessário fornecer os incentivos corretos: o tipo alto deve ter uma utilidade maior ao consumir o produto do tipo alto (e pagar para tanto) do que se escolher o produto do tipo baixo, e o mesmo vale para o próprio tipo baixo (e para quantos tipos houver em modelos mais gerais). Então:

$$\theta_1 q_1 - t_1 \geq \theta_1 q_2 - t_2$$

$$\theta_2 q_2 - t_2 \geq \theta_2 q_1 - t_1$$

Cada equação pode ser escrita, de forma geral, como $U_A((t_i,q_i)/\theta_i) \geq U_A((t_j,q_j)/\theta_i)$, $\forall i,j$. Essas restrições são chamadas (IC)'s (incentive compatibility) e são centrais em desenho de mecanismo sobre informação incompleta.

O problema do principal, com todas as restrições, é o seguinte:

$$\underset{q_1,q_2,t_1,t_2}{Max}\ \pi\left[t_1 - c(q_1)\right] + (1-\pi)\left[t_2 - c(q_2)\right]$$

sujeito às seguintes restrições:

$$\theta_1 q_1 - t_1 \geq 0 \quad (IR_1)$$

$$\theta_2 q_2 - t_2 \geq 0 \quad (IR_2)$$

$$\theta_1 q_1 - t_1 \geq \theta_1 q_2 - t_2 \quad (IC_1)$$

$$\theta_2 q_2 - t_2 \geq \theta_2 q_1 - t_1 \quad (IC_2)$$

Simplificação das restrições

A princípio, é possível resolver o problema de maximização acima montando o Lagrangeano e usando as condições de primeira ordem de Kuhn-Tucker. Essa não é, porém, a forma mais fácil de resolvê-lo: é possível simplificar as restrições, retirando o que for redundante. (Se você tiver um problema de maximização sujeito às restrições $x \geq 0$, $y \geq 1$ e $x + y \geq -5$, a última restrição é redundante, pois é implicação das duas primeiras.)

Primeiro resultado. A restrição de participação do tipo baixo (IR_1) é ativa. Note inicialmente que $(IC)_2$ implica que a restrição $(IR)_1$ deve ser ativa (i.e., deve valer com igualdade):

$$\theta_2 q_2 - t_2 \underbrace{\geq}_{(IC_2)} \theta_2 q_1 - t_1 \underbrace{\geq}_{\theta_2 > \theta_1} \theta_1 q_1 - t_1 \underbrace{\geq}_{(IR_1)} 0$$

Concluímos então, por essa sequência de desigualdades, que se $\theta_1 q_1 - t_1 > 0$ ((IR_1) inativa), então $\theta_2 q_2 - t_2 > 0$ ((IR_2) inativa). Mas então o monopolista não está maximizando seu lucro: é possível obter um lucro maior ao aumentar os preços para $t_1 + \varepsilon$ e $t_2 + \varepsilon$, $\varepsilon > 0$: as (IC)'s não são afetadas e as (IR)'s continuam sendo respeitadas se ε for pequeno. Logo, a restrição de participação do tipo 1 não pode ser inativa (ainda não sabemos se (IR_2) é ativa ou inativa. *Concluímos então que (IR_1) é ativa:* $\theta_1 q_1 - t_1 = 0$. Interpretação: *o tipo baixo não obtém nenhum excedente no second-best*, assim como no first-best.

Corolário do primeiro resultado: a restrição de participação do tipo alto (IR_2) pode ser ignorada, pois é necessariamente satisfeta dadas as restrições $(IC)_2$ e $(IR)_1$.

Segundo resultado. A restrição de compatibilidade de incentivo do tipo 2 (IC_2) deve ser ativa. Suponha, por absurdo, que não seja o caso:

$$\theta_2 q_2 - t_2 > \theta_2 q_1 - t_1 \underbrace{>}_{\theta_2 > \theta_1} \theta_1 q_1 - t_1 \underbrace{=}_{(IR_1)} 0$$

(A última igualdade usa o resultado anterior: (IR_1) vale com igualdade.) Logo, é possível obter um lucro maior aumentando t_2: (IC_2) continua sendo atendida para pequenos aumentos; (IC_1) não é afetada; (IR_1) não depende de t_2; e, pela equação acima, (IR_2) também vale com desigualdade, e portanto continua sendo atendida. *Concluímos então que (IC_2) é ativa: $\theta_2 q_2 - t_2 = \theta_2 q_1 - t_1$. Interpretação: no contrato ótimo, o tipo alto fica indiferente entre adquirir seu produto ou o do tipo baixo.*

Terceiro resultado: a qualidade do tipo alto é mais alta: $q_2 \geq q_1$. Considere o sistema de inequações formado por (IC_1) e (IC_2):

$$\theta_1 q_1 - t_1 \geq \theta_1 q_2 - t_2$$

$$\theta_2 q_2 - t_2 \geq \theta_2 q_1 - t_1$$

Some as duas inequações para obter:

$$\theta_1 q_1 - t_1 + \theta_2 q_2 - t_2 \geq \theta_1 q_2 - t_2 + \theta_2 q_1 - t_1$$

Cancele os transferências t_1 e t_2 dos dois lados:

$$\theta_1 q_1 + \theta_2 q_2 \geq \theta_1 q_2 + \theta_2 q_1$$

Coloque θ_1 e θ_2 em evidência:

$$\theta_2 (q_2 - q_1) \geq \theta_1 (q_2 - q_1)$$

Coloque $(q_2 - q_1)$ em evidência:

$$(\theta_2 - \theta_1)(q_2 - q_1) \geq 0$$

Como o primeiro termo é estritamente positivo (pois $\theta_2 > \theta_1$), segue que o segundo deve ser não-negativo: $q_2 - q_1 \geq 0$, ou $q_2 \geq q_1$.

Quarto resultado. *(IC_1) pode ser ignorada, pois é automaticamente satisfeita, dados os resultados anteriores.*

Como (IC_2) é ativa, podemos escrever:

$$t_2 - t_1 = \theta_2 (q_2 - q_1) \underbrace{\geq}_{q_2 \geq q_1} \theta_1 (q_2 - q_1) \Rightarrow t_2 - t_1 \geq \theta_1 q_2 - \theta_1 q_1 \Rightarrow \underbrace{\theta_1 q_1 - t_1 \geq \theta_1 q_2 - t_2}_{(IC_1)}$$

Logo, (IC_1) também é respeitada.

Podemos então simplificar o problema:
- (IR_1) e (IC_2) são ativas.
- (IR_2) e (IC_1) podem ser ignoradas.

O problema se torna:

$$\underset{q_1, q_2, t_1, t_2}{Max} \pi [t_1 - c(q_1)] + (1 - \pi)[t_2 - c(q_2)]$$

sujeito às seguintes restrições:

$$\theta_1 q_1 - t_1 = 0 \quad (IR_1)$$

$$\theta_2 q_2 - t_2 = \theta_2 q_1 - t_1 \quad (IC_2)$$

A partir de (IR_1), obtemos $t_1 = \theta_1 q_1$. Substituindo esse valor em (IC_2), obtemos:]

$$\theta_2 q_2 - t_2 = \theta_2 q_1 - \theta_1 q_1$$

Isole t_2 nessa equação:

$$t_2 = \theta_2 q_2 - \theta_2 q_1 + \theta_1 q_1$$

Ou ainda:

$$t_2 = \theta_2 q_2 - \underbrace{(\theta_2 - \theta_1)}_{\triangle\theta} q_1$$

Note então que t_2 depende de θ_1 e de q_1, ao contrário do que acontecia no problema com informação completa. Substituindo t_1 e t_2, o problema do principal se torna:

$$\underset{q_1, q_2}{Max} \pi [\theta_1 q_1 - c(q_1)] + (1 - \pi)[\theta_2 q_2 - \triangle\theta q_1 - c(q_2)]$$

As condições de primeira ordem em relação a q_1 e a q_2 são

$$\pi (\theta_1 - c'(q_1)) + (1 - \pi)(-\triangle\theta) = 0 \implies \pi (\theta_1 - c'(q_1)) = (1 - \pi)\triangle\theta \implies \theta_1 - \underbrace{\frac{(1 - \pi)}{\pi}\triangle\theta}_{Distorção} = c'\left(q_1^{SB}\right)$$

$$(1-\pi)\left(\theta_2 - c'\left(q_2\right)\right) = 0 \implies \theta_2 = c'\left(q_2^{SB}\right)$$

Note que não há distorção na qualidade do tipo alto ($q_2^{SB} = q_2^{FB}$), que é determinada pela mesma condição obtida sob informação completa: $\theta_2 = c'\left(q_2\right)$. Já a qualidade do tipo baixo é distorcida pelo termo $\frac{(1-\pi)}{\pi}\triangle\theta$. Mais do que isso, podemos verificar que é distorcida para baixo: $q_2^{SB} < q_2^{SB}$, pois $c'\left(q_1^{SB}\right) < c'\left(q_1^{FB}\right)$ e a função c' é crescente (pois $c'' > 0$). Temos então as seguintes propriedades da alocação "second-best", ou seja, do contrato ótimo sob informação incompleta:

1- O tipo alto tem a alocação eficiente ("no distortion at the top").

2- O tipo alto tem utilidade maior sob informação incompleta do que sob informação completa, pois (IR_2) é inativa (vale com desigualdade estrita): essa utilidade acima da utilidade de reserva é chamada *renda informacional*, pois é o benefício obtido pelo tipo alto para não se passar pelo tipo baixo.

3- O tipo baixo tem uma alocação ineficiente.

4- O tipo baixo não tem renda informacional, e mantém a utilidade obtida sob informação completa.

5- A restrição de compatibilidade de incentivo é ativa para o tipo alto, e inativa para o tipo baixo. A restrição de participação é ativa para o tipo baixo, e inativa para o tipo alto.

O principal não consegue implementar a alocação first-best sob informação incompleta, pois o tipo alto se passaria pelo tipo baixo. Para obter a auto-seleção correta, o principal usa duas ferramentas: oferece alguma renda informacional ("preço mais baixo") no produto do tipo alto, e distorção (redução) na qualidade do tipo baixo. A primeira ferramenta torna o contrato do tipo alto mais atraente; a segunda torna o contrato do tipo baixo menos atraente. Ambas, em conjunto, são exatamente suficientes para induzir auto-seleção. Note que não há renda informacional para o tipo baixo, pois esse não tinha incentivo para se passar pelo tipo alto. "Renda informacional" pode ser interpretada como "utilidade recebida para que um tipo não se passe por outro quando tem incentivo para tanto". A alocação resultante é ineficiente devido à distorção na qualidade do tipo baixo: ainda existe algum peso morto no monopólio de segundo grau.

2 Moral Hazard

O problema de moral hazard surge quando o principal não consegue observar uma *ação* do agente. Enquanto em seleção adversa o problema de informação assimétrica é anterior à assinatura do contrato (o tipo do agente é anterior ao contrato), em moral hazard o problema surge após o início da relação entre principal e agente, pois a ação desse último só afeta a relação após seu início. Como exemplo, considere uma relação trabalhista: o principal é a firma, e o agente é o empregado que escolhe uma ação que não é perfeitamente observada pela firma - por exemplo, seu esforço na execução das tarefas.

Há três ingredientes para que o problema de moral hazard seja relevante. *Primeiro*, a ação ótima do ponto de vista do agente deve ser diferente da que o principal gostaria de escolher - no exemplo acima, o principal pode preferir 'alto nível de esforço', enquanto o agente prefere 'pouco esforço', dado que o custo de se esforçar é apenas do empregado. *Segundo*, a ação deve ser não-observada, ou o principal poderia fazer um contrato que condiciona o pagamento à ação que quer implementar ("você só recebe seu salário se eu observar que você se esforçou"), o que é tipicamente não factível exatamente pelo problema de assimetria informacional. *Terceiro*, o agente deve ser mais avesso ao risco do que o principal - este ponto deve ficar mais claro abaixo.

O agente escolhe um nível de esforço $e \in \{e_l, e_h\}$, em que se interpreta e_l como 'esforço baixo' e e_h como 'esforço alto', $e_h > e_l$. Apenas o próprio agente observa essa escolha. O principal observa apenas o resultado $y \in \{y_s, y_f\}$, em que se interpreta y_s como 'produção em caso de sucesso' e y_f como 'produção em caso de fracasso'. Todavia, a relação entre esforço e produção não é determinística (ou o principal poderia inferir o esforço a partir do resultado). Há um choque aleatório ε que afeta o resultado: $y = e + \varepsilon$. Ou seja, o resultado depende em parte do esforço, e em parte de um fator aleatório (sorte): o agente pode se esforçar muito e ter um mau resultado, por exemplo. O principal também não observa esse choque.

O esforço do agente afeta a *probabilidade* de se obter determinada produção: quanto maior o esforço, maior a probabilidade de sucesso. Formalmente, $Prob\left(y_s/e_h\right) > Prob\left(y_s/e_l\right)$, em que ambas as probabilidades estão no intervalo *aberto* $(0,1)$.

O contrato é um pagamento condicional ao resultado: $w \in \{w_s, w_f\}$, em que w_s é pagamento em caso de sucesso e w_f é o pagamento em caso de fracasso, $w_s > w_f$. Pode-se interpretar w_f como um salário base, e $w_s - w_f$ como um bônus em caso de sucesso. Supomos que o principal gostaria de induzir esforço alto.

O agente tem uma utilidade $U_A(w) = u(w) - e$, em que $u' > 0$ e $u" < 0$: uma utilidade crescente e côncava captura a *aversão a risco* do agente. O principal é neutro ao risco e sua utilidade é $U_P = y - w$.

No contrato first-best, o principal deveria oferecer um pagamento *constante* para o agente - isto é, independente do resultado (sucesso ou fracasso). Afinal, o principal é neutro ao risco, e o agente é avesso a risco: a alocação de risco ideal é simplesmente transferir todo risco do choque aleatório para o principal, dando seguro perfeito para o agente: seguro perfeito é exatamente um salário constante, que não depende do fator aleatório. Sob informação assimétrica, porém, esse contrato não é capaz de induzir esforço: dado que o agente receberia a mesma coisa em caso de sucesso ou fracasso, ele não teria incentivo para se esforçar, e escolheria e_l. Logo, o principal deve fazer $w_s > w_f$, e portanto o pagamento deixa de ser constante, e passa a depender do resultado (sucesso ou fracasso). Essa é a forma de induzir esforço: quanto melhor o resultado, maior o pagamento. (Interprete 'risco para o agente' como $w_s \neq w_f$, o que significa que o pagamento depende do resultado, e portanto do choque aleatório).

Essa é a distorção de moral hazard: o contrato second-best envolve algum nível de risco para o agente, enquanto no first-best todo o risco seria alocado para o principal. *O tradeoff de moral hazard é entre distribuição de risco e incentivo ao esforço.*

Formalmente, o principal busca maximizar o lucro esperado:

$$\underset{w_s,w_f}{Max}\, Prob\,(y_s/e_h)\,[y_s - w_s] + \underbrace{(1 - Prob\,(y_s/e_h))}_{Prob(y_f/e_h)}\,[y_f - w_f]$$

Como sempre, o principal está sujeito à restrição de participação (IR): a utilidade esperada do agente no contrato deve ser maior ou igual à opção de fora, uma utilidade $\underline{u}$ obtida ao não assinar o contrato (podemos normalizar $\underline{u} = 0$).

$$Prob\,(y_s/e_h)\,u(w_s) + (1 - Prob\,(y_s/e_h))\,u(w_f) - e_h \geq \underline{u}$$

(Note que e_h é determinístico, e portanto é igual a seu valor esperado.)

Essa restrição necessariamente vale com igualdade, ou seria possível reduzir w_s e w_f (o que aumenta o lucro do principal) e ainda atendê-la. Podemos então, para computar o first-best, isolar $u\,(w_s)$ nessa restrição (com igualdade), substituir na função objetivo, derivar e igualar a zero, obtendo $w_s = w_f$.

Exercício: encontre o contrato first-best.

Sob informação assimétrica, é necessário incluir a restrição de compatibilidade de incentivo (IC): a utilidade esperada do agente ao exercer esforço alto deve ser maior do que se optar por esforço baixo.

$$Prob\,(y_s/e_h)\,u(w_s) + (1 - Prob\,(y_s/e_h))\,u(w_f) - e_h \geq Prob\,(y_s/e_l)\,u(w_s) + (1 - Prob\,(y_s/e_l))\,u(w_f) - e_l$$

Exercício: reescreva a restrição de compatibilidade de incentivo como $\triangle p\,(w_s - w_f) \geq \triangle e$, em que $\triangle p = Prob\,(y_s/e_h) - Prob\,(y_s/e_l)$ e $\triangle e = e_h - e_l$. Interprete.

É possível provar que a restrição de compatibilidade de incentivo também deve valer com igualdade, ou novamente o principal poderia diminuir os pagamentos em ambas as contingências (sucesso e fracasso) sem desrespeitá-la. Podemos então resolver o sistema de duas equações (IR e IC com igualdade)e duas variáveis ($u\,(w_s)$ e $u\,(w_f)$) para encontrar o contrato ótimo second-best.

Exercício: encontre $u\,(w_s)$ e $u\,(w_f)$ no contrato second-best.

Observe que não foi necessário usar a função objetivo para encontrar o contrato ótimo, mas apenas as restrições. Essa é uma particularidade do caso em que há apenas dois níveis de esforço e dois resultados possíveis.