Notas de Aula - Teoria dos Jogos - FCE/UERJ 2016.2
(Versão preliminar - favor não circular)
Professor Pedro Hemsley
Horário: xxxx
Sala: xxxx
Ementa e informações relevantes: página do curso

1 Sinalização

Em modelos de sinalização, a parte informada (o agente) se move antes, tentando enviar ao principal um sinal sobre sua produtividade. No modelo de Spence, descrito abaixo, o sinal tem um custo que depende do tipo do agente, e portanto pode ser usado pelo principal para fazer inferência sobre o tipo.

Exemplo: Educação como Sinalização no Mercado de Trabalho

Supomos que o principal seja uma firma (ou empregador) e o agente seja o empregado potencial. O agente tem informação privada a respeito de sua produtividade $\theta \in \{\theta_1, \theta_2\}$, $\theta_1 < \theta_2$, e a firma tenta inferi-la a partir do nível de educação (informação pública) do agente, que escolhe um nível educacional ("anos de educação") e e é contratado por um salário w. A utilidade do agente é $u(w) - C(e, \theta)$. Supomos o caso extremo em que educação não afeta produtividade, e nem tem qualquer tipo de benefício para o agente (essas hipóteses podem ser relaxadas, sem afetar o resultado). Supomos $u' > 0$, $u'' < 0$, $C_e > 0$, $C_{\theta>0}$, $C_{e^2} > 0$, e $C_{e\theta} < 0$. Essa última hipótese, sobre a derivada cruzada, significa que o custo para obter um diploma (i.e., para obter educação) é mais alto para os agentes menos produtivos. Supomos ainda que as firmas operam em um mercado perfeitamente competitivo, e portanto obtém lucro zero - logo, o salário é igual ao produto marginal esperado, condicional ao nível de educação escolhido. Se o principal associa probabilidade $\mu(e)$ ao trabalhador ter produtividade baixa (θ_1) , o salário é:

$$w(e) = \mu(e)\theta_1 + (1 - \mu(e))\,\theta_2$$

Para encontrar o equilíbrio Bayesiano perfeito, resolvemos o problema do agente e do principal. O agente θ_i antecipa o salário que irá obter em equilíbrio e define e_i^* resolvendo:

$$\underset{e_i}{Max}\, u(w^*(e)) - C(e, \theta_i)$$

O salário w^* é tal que:

$$w^*(e) = \mu^*(e)\theta_1 + (1 - \mu^*(e))\,\theta_2$$

A distribuição de probabilidade $\mu^*(e)$ deve ser consistente com as estratégias $e^*(\theta_1)$, $e^*(\theta_2)$: $\mu^*(e_1) = 1$ e $\mu^*(e_2) = 0$ (se $e_1^* = e_2^*$, supomos que $\mu^* = \mu_0$, a distribuição ex-ante). Note que não há restrição à probabilidade $\mu^*(e)$ para e diferente de e_1^* e de e_2^*, o que irá gerar uma multiplicidade de equilíbrios.

Equilíbrio Separador

Um equilíbrio separador é aquele no qual agentes de tipos diferentes fazem escolhas diferentes: ou seja, $e_1^* < e_2^*$. Logo, as firmas conseguem discriminar os trabalhadores e pagar $w(e_1^*) = \theta_1$ aos trabalhadores pouco produtivos e $w(e_2^*) = \theta_2$ aos mais produtivos. Segue então que $e_1^* = 0$: os trabalhadores de baixa produtividade vão escolher não se educar, já que não teriam nenhum benefício de sinalização, e teriam de arcar com o custo. Para determinar e_2^*, é necessário que seja alto o suficiente para que o trabalhador tipo baixo não queira se passar pelo de tipo alto (ou seja, para que o equilíbrío seja de fato separador). Deve valer então uma restrição de compatibilidade de incentivo para que o tipo baixo não queira se passar pelo tipo alto:

$$u(\theta_1) - C(0, \theta_1) \geq u(\theta_2) - C(e_2^*, \theta_1)$$

Essa condição determina um nível mínimo $\underline{e}$. Analogamente, deve valer uma restrição de compatibilidade de incentivo para que o tipo alto não queira se passar pelo tipo baixo:

$$u(\theta_2) - C(e_2^*, \theta_2) \geq u(\theta_1) - C(0, \theta_2)$$

Essa condição determina um nível máximo $\overline{e}$, e portanto $e_2^* \in [\underline{e}, \overline{e}]$. Qualquer nível de educação nesse intervalo pode ser sustentado como um equilíbrio separador.

Equilíbrio Pooling

Neste caso, ambos os tipos escolhem o mesmo nível de educação e^*. Logo, a firma não pode consegue inferir a produtividade a partir da educação, e oferece o mesmo salário $w^*(e) = \mu_0\theta_1 + (1-\mu_0)\theta_2$ para ambos os tipos. O nível educacional máximo que se sustenta em equilíbrio é $\tilde{e}$ tal que o agente de tipo baixo não queira se passar pelo de tipo alto (o tipo baixo sempre pode abrir mão de se educar e ficar com o salário θ_1):

$$u(\mu_0\theta_1 + (1-\mu_0)\theta_2) - C(\tilde{e}, \theta_1) = u(\theta_1) - C(0, \theta_1)$$

Qualquer nível de educação no intervalo $[0, \hat{e}]$ pode ser sustentado como um equilíbrio pooling. Note-se que, para níveis estritamente positivos, haveria uma melhora de Pareto em simplesmente abolir educação, que gera apenas custo nesse equilíbrio.